PERBANDINGAN SOLUSI NUMERIK METODE SIMPSON 3/8 DAN METODE ROMBERG PADA PENYELESAIAN INTEGRAL TENTU

EVI JUNIATI
H1011201047

SKRIPSI

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS TANJUNGPURA
PONTIANAK
2025

PERBANDINGAN SOLUSI NUMERIK METODE SIMPSON 3/8 DAN METODE ROMBERG PADA PENYELESAIAN INTEGRAL TENTU

EVI JUNIATI
H1011201047

Skripsi
Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Matematika pada Program Studi Matematika

PROGRAM STUDI MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS TANJUNGPURA
PONTIANAK
2025

LEMBAR PENGESAHAN

Judul Tugas Akhir	:	Perbandingan Solusi Numerik Metode Simpson 3/8 dan Metode Romberg pada Penyelesaian Integral Tentu
Nama Mahasiswa	:	Evi Juniati
NIM	:	H1011201047
Jurusan/Program Studi	:	Matematika/Matematika
Tanggal Lulus	:	15 Mei 2025
SK Pembimbing	:	No. 697/UN22.8/TD.06/2024/Tanggal 1 Maret 2024
SK Penguji	:	No. 1240/UN22.8/TD.06/2025/Tanggal 25 April 2025

Dosen Pembimbing

Pembimbing I	Pembimbing II
Dr. Bayu Prihandono, M.Sc	Dr. Nilamsari Kusumastuti, M.Sc
NIP 197911152005011003	NIP 198105102005012003

Dosen Penguji

Ketua Penguji	Anggota Penguji
Meliana Pasaribu, M.Sc	Dr. Evi Noviani, M.Si., CFrA
NIP 198710192019032006	NIP 198402292006042001

Pimpinan Sidang (merangkap anggota penguji)	Sekretaris Sidang (merangkap anggota penguji)
Dr. Bayu Prihandono, M.Sc	Dr. Nilamsari Kusumastuti, M.Sc
NIP 197911152005011003	NIP 198105102005012003

Mengesahkan
Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Tanjungpura

Prof. Dr. Gusrizal, M.Si.
NIP 197108022000031001

PERNYATAAN INTEGRITAS AKADEMIK

Saya yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama	: Evi Juniati
NIM	: H1011201047
Program Studi/ Jurusan	: Matematika/Matematika
Fakultas	: Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Dengan ini menyatakan bahwa dokumen ilmiah Tugas Akhir yang disajikan ini tidak mengandung unsur pelanggaran integritas akademik sesuai Peraturan Menteri Pendidikan, Kebudayaan, Riset, Dan Teknologi Republik Indonesia Nomor 39 Tahun 2021. Apabila di kemudian hari dokumen ilmiah Tugas Akhir ini mengandung unsur pelanggaran integritas akademik sesuai ketentuan perundangan tersebut, maka saya bersedia menerima sanksi akademik dan/sanksi hukum berlaku. Demikian pernyataan ini untuk digunakan sebagaimana mestinya.

Pontianak, April 2025



Evi Juniati
H1011201047

Perbandingan Solusi Numerik Metode Simpson 3/8 Dan Metode Romberg Pada Penyelesaian Integral Tentu

Abstrak

Integrasi numerik merupakan salah satu metode yang digunakan untuk menghitung persoalan integral. Penelitian ini membahas perbandingan dua metode numerik, yaitu metode Simpson 3/8 dan metode Romberg dalam menyelesaikan persoalan integral tentu. Metode Simpson 3/8 merupakan pengembangan dari metode Newton-Cotes yang menggunakan pendekatan polinom derajat tiga, sedangkan metode Romberg merupakan penerapan dari ekstrapolasi Richardson yang memperbaiki akurasi hasil integrasi dengan pendekatan berulang. Tujuan penelitian ini adalah mengetahui metode terbaik antara metode Simpson 3/8 dan metode Romberg berdasarkan tingkat keakuratan galatnya pada beberapa fungsi integral tentu. Langkah awal dalam penelitian yaitu mencari nilai integrasi dari beberapa fungsi integral tentu dengan metode Simpson 3/8 dan metode Romberg sehingga diperoleh masing-masing nilai hampirannya. Selanjutnya dicari nilai galat estimasi dan galat absolut dengan membandingkan nilai integrasi dari kedua metode dengan nilai eksak. Pada lima fungsi integral yang diberikan, diperoleh hasil pada soal kedua, galat absolut metode Simpson 3/8 sebesar 0.2838 dan metode Romberg sebesar 0.0004. Pada soal ketiga, galat absolut metode Simpson 3/8 sebesar 0.000576 dan metode Romberg sebesar 0.000108. Pada soal keempat, galat absolut metode Simpson 3/8 sebesar 0.000848 dan metode Romberg sebesar 0.000002. Kemudian dari kelima persoalan integral, metode Simpson 3/8 memiliki galat estimasi yang lebih besar dibandingkan dengan metode Romberg. Hasil penelitian dengan 8 subinterval menunjukan bahwa metode Romberg lebih akurat dibandingkan dengan metode Simpson 3/8.

Kata kunci: integrasi numerik, ekstrapolasi richardson, galat

Comparison of Numerical Solutions of Simpson's 3/8 Method and Romberg's Method on Completion of the Sure Integral

Abstract

Numerical integration is one of the methods used to calculate integral problems. This research discusses the comparison of two numerical methods, namely the Simpson 3/8 method and the Romberg method in solving definite integral problems. The Simpson 3/8 method is a development of the Newton-Cotes method that uses a third-degree polynomial approach, while the Romberg method is an application of Richardson extrapolation that improves the accuracy of integration results with an iterative approach. The purpose of this study is to determine the best method between the Simpson 3/8 method and the Romberg method based on the accuracy of the error on some definite integral functions. The first step in the research is to find the integration value of several integral functions with the Simpson 3/8 method and the Romberg method so that each approximate value is obtained. Furthermore, the estimation error value and absolute error are sought by comparing the integration value of the two methods with the exact value. For the five given integral functions, the results obtained in the second question show an absolute error of 0.2838 for the Simpson 3/8 method and 0.0004 for the Rombeg method. In the third question, the absolute error for the Simpson 3/8 method is 0.000576 and for the Romberg method is 0.000108. In the fourth problem, the absolute error of the Simpson 3/8 method was 0.000848 and that of the Romberg method was 0.000002. Among the five integral problems, the Simpson 3/8 method had a larger estimation error compared to the Romberg method. The results of the study with 8 subintervals showed that the Romberg method was more accurate than the Simpson 3/8 method.

Keywords: *numerical integration, ekstrapolasi richardson, error*

PRAKATA

Puji syukur atas kehadirat Allah SWT, yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi yang berjudul "**Perbandingan Solusi Numerik Metode Simpson 3/8 dan Metode Romberg Pada Penyelesaian Integral Tentu**". Skripsi ini ditulis sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Matematika pada Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Tanjungpura. Proses penulisan skripsi ini berkat dukungan beberapa pihak, maka dari itu penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada:

1. Kedua orang tua dan keluarga besar yang selalu memberikan dukungan, motivasi, dan doa untuk menyelesaikan penulisan skripsi ini.
2. Bapak Dr. Bayu Prihandono, M.Sc., dan Ibu Dr. Nilamsari Kusumastuti, M.Sc. selaku dosen pembimbing yang telah membimbing, serta memberikan motivasi dan arahan selama penulisan skripsi ini.
3. Ibu Meliana Pasaribu, M.Sc., Ibu Dr. Evi Noviani, M.Si., CFrA dan Ibu Onelia Rochmah, M.Sc. selaku dosen penguji yang telah memberikan masukan dan arahan dalam penulisan skripsi ini.
4. Ibu Naomi Debrataraja, M.Si., dan Ibu Neva Satyahadewi, S.Si., M.Sc.,CRA,CRP,CRMP., sebagai dosen pembimbing akademik atas waktu yang telah diberikan untuk konsultasi pada perkuliahan.
5. Sahabat-sahabat penulis Tasya Redika Ramadhanti, Rosiana Anggraeni, dan Margaretha Elza Sylvia yang senantiasa membantu, dan menghibur penulis selama masa perkuliahan hingga proses penulisan skripsi ini.

Penulis telah berusaha maksimal dalam penulisan skripsi ini. Walaupun demikian, tidak menutup kemungkinan bahwa masih banyak kekurangan dalam penulisan maupun penyajian materi. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun dari pembaca demi perbaikan skripsi ini.

Pontianak, 16 April 2025

Penulis

DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN ..... **ii**
PERNYATAAN INTEGRITAS AKADEMIK ..... **iii**
Abstrak ..... **iv**
Abstract ..... **v**
PRAKATA ..... **vi**
DAFTAR ISI ..... **vii**
DAFTAR GAMBAR ..... **ix**
DAFTAR TABEL ..... **x**
DAFTAR SIMBOL ..... **xi**
BAB I PENDAHULUAN **1**
1.1 Latar Belakang 1
1.2 Rumusan Masalah 2
1.3 Tujuan Penelitian 2
1.4 Batasan Masalah 3
1.5 Tinjauan Pustaka 3
1.6 Metodologi Penelitian 3
BAB II LANDASAN TEORI **7**
2.1 Fungsi 7
2.2 Integral Tunggal 7
2.3 Metode Numerik 9
2.3.1 Integrasi Numerik 9
2.3.2 Metode Simpson 1/3 11
2.3.3 Metode Simpson 3/8 15
2.3.4 Metode Romberg 20
2.3.5 Aturan Trapesium Rekursif 21
2.3.6 Ekstrapolasi Richardson 23
2.3.7 Integrasi Romberg dengan Ekstrapolasi Richardson 25
2.4 Galat 26
BAB III PERBANDINGAN SOLUSI NUMERIK METODE SIMPSON 3/8 DAN METODE ROMBERG PADA PENYELESAIAN INTEGRAL TENTU **29**

3.1 Penyelesaian Integral Secara Analitik 29
3.2 Penyelesaian Integral Secara Numerik 34
3.3 Analisis Galat *(Error)* 58
BAB IV KESIMPULAN 62
DAFTAR PUSTAKA 63

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2. 1 Tafsiran geometri integral tentu **(**Sumber: Munir, 2015)..... 8
Gambar 2. 2 Tafsiran geometri integral ($f(x) = (2x + 1)$, selang [1, 4])..... 9
Gambar 2. 3 Metode Pias (Sumber: Munir, 2015) 10
Gambar 2. 4 Kaidah Simpson 1/3 (Sumber: Munir, 2015)..... 12
Gambar 2. 5 Kaidah Simpson 3/8 (Sumber: Munis, 2015) 16

DAFTAR TABEL

Tabel 2. 1 Nilai fungsi pada absis pias 10
Tabel 2. 2 Titik-titik didalam selang [0,1] contoh penyelesaian metode Simpson 1/3 15
Tabel 2. 3 Proses integrasi Romberg n iterasi 21
Tabel 3. 1 Titik evaluasi (xi) pada fungsi (a)..... 35
Tabel 3. 2 Nilai fungsi $f(x)$ pada titik xi fungsi (a)..... 35
Tabel 3. 3 Hasil akhir integrasi Romberg fungsi (a)..... 39
Tabel 3. 4 Titik evaluasi (xi) pada fungsi (b)..... 39
Tabel 3. 5 Nilai fungsi $f(x)$ pada titik xi fungsi (b) 40
Tabel 3. 6 Hasil akhir integrasi Romberg fungsi (b) 44
Tabel 3. 7 Titik evaluasi (xi) pada fungsi (c)..... 44
Tabel 3. 8 Nilai fungsi $f(x)$ pada titik xi fungsi (c) 45
Tabel 3. 9 Hasil akhir integrasi Romberg fungsi (c)..... 48
Tabel 3. 10 Titik evaluasi (xi) pada fungsi (d)..... 49
Tabel 3. 11 Nilai fungsi $f(x)$ pada titik xi fungsi (d)..... 49
Tabel 3. 12 Hasil akhir integrasi Romberg fungsi (d) 53
Tabel 3. 13 Titik evaluasi (xi) pada fungsi (e)..... 54
Tabel 3. 14 Nilai fungsi $f(x)$ pada titik xi fungsi (e) 54
Tabel 3. 15 Hasil akhir integrasi Romberg fungsi (e)..... 58
Tabel 3. 16 Hasil integrasi numerik dan galat metode metode Simpson 3/8 dan metode Romberg dengan $n = 8$ 61

DAFTAR SIMBOL

a	:	Batas bawah daerah integrasi
b	:	Batas atas daerah integrasi
n	:	Jumlah subinterval (upselang) dalam partisi
h	:	Lebar subinterval (jarak antar titik interval)
i	:	Indeks pias ke-i, bernilai $0, 1, 2, \dots, n$
x_i	:	Titik ke-i dalam partisi (evaluasi fungsi)
$f(x)$	:	Fungsi yang diintegralkan
$f(x_i)$	:	Nilai fungsi f di titik x_i
$f(a)$	:	Nilai fungsi f di titik a
$f(b)$	:	Nilai fungsi f dititik b
Σ	:	Jumlah atau total
p	:	Nilai analitik atau nilai eksak
p_*	:	Nilai hampiran atau perkiraan
E_*	:	Galat absolut (selisih antara nilai eksak dan hampiran)
ϵ_e	:	Galat relatif (perbandingan galat absolut terhadap nilai eksak)
E_a	:	Galat absolut yang didefinisikan bedasarkan nilai hampiran (jika nilai eksak tidak diketahui)
ε_a	:	Galat relatif hampiran (perbandingan galat absolut terhadap nilai hampiran)
Δf	:	Selisih maju pertama
$\Delta^2 f$	:	Selisih maju kedua
$\Delta^3 f$	:	Selisih maju ketiga
$p_3(x)$	:	Polinom interpolasi Newton-Gregory derajat 3 untuk menghampiri $f(x)$
T_0	:	Pendekatan integral awal menggunakan aturan trapesium dengan 1 interval
T_1	:	Pendekatan integral dengan membagi interval menjadi 2 subinterval
T_2	:	Pendekatan integral dengan membagi interval menjadi 4 subinterval
T_3	:	Pendekatan integral dengan membagi interval menjadi 8 subinterval

T_{k+1}	:	Pendekatan integral pada iterasi ke-k dengan 2^{k+1} subinterval
$O(h^q)$	:	Orde galat dari metode integrasi, menunjukan ketergantungan galat pada h
q	:	Eksponen orde galat. Nilai q bergantung pada metode integrasi
$I(h)$	:	Hasil integrasi numerik dengan interval h
$I(2h)$	:	Hasil integrasi numerik dengan interval yang diperlebar menjadi $2h$
J	:	Nilai integrasi yang lebih akurat (*Improved*) setelah ekstrapolasi
C	:	Konstanta galat yang tergantung pada metode dan fungsi yang diintegralkan
Ch^q	:	Suku galat dari integrasi numerik
2^q	:	Faktor skala untuk ekstrapolasi, tergantung pada orde galat q

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika memiliki banyak cabang ilmu, salah satu diantaranya adalah ilmu kalkulus. Kalkulus memiliki dua cabang utama yaitu kalkulus diferensial dan kalkulus integral. Integral merupakan salah satu topik yang digunakan dalam beberapa bidang studi seperti, fisika, teknik dan sebagainya. Pada beberapa permasalahan perhitungan integral dapat dilakukan secara manual tetapi pada permasalahan tertentu perhitungan integral sulit dilakukan bahkan tidak dapat dihitung secara manual. Dalam hal ini metode numerik dapat digunakan sebagai alternatif untuk menyelesaikan permasalahan integral yang tidak dapat dihitung secara manual.

Metode Numerik merupakan teknik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan matematik sehingga dapat dipecahkan dengan operasi perhitungan/aritmatika biasa yaitu penjumlahan, pengurangan, perkalian dan pembagian (Munir, 2015). Menurut penelitian yang dilakukan oleh Prasetia (2016), setiap perhitungan dalam metode numerik mempunyai tujuan tertentu, tetapi perlu diperhatikan bahwa tujuan utama dari perhitungan adalah memahami masalah untuk mendapatkan hasil yang akurat. Oleh sebab itu proses perhitungan atau algoritma yang tepat sangat dibutuhkan dalam menyelesaikan permasalahan yang menyangkut metode numerik, agar perhitungan dapat menghasilkan tingkat akurasi yang tinggi. Salah satu cabang dari metode numerik adalah integrasi numerik.

Integrasi numerik adalah metode numerik yang digunakan untuk memperoleh nilai hampiran dari integral tentu. Berdasarkan proses penurunannya, penyelesaian integrasi numerik dibagi menjadi tiga kelompok penurunan, yaitu metode Pias, metode Gauss, dan metode Newton-Cotes. Metode Pias mencakup metode Trapesium, metode Segi Empat dan metode Titik Tengah. Metode Gauss mencakup metode Gauss-Legendre 2 titik, 3 titik hingga n titik. Sedangkan metode Newton-Cotes mencakup metode Trapesium, metode Simpson, dan metode Boole (Ernawati dkk, 2017).

Integrasi numerik metode Simpon 3/8 menggunakan polinomial berderajat tiga, dengan titik interpolasi minimal empat titik data, dan lebih cocok digunakan untuk $n =$ kelipatan tiga. Sedangkan metode Romberg menggunakan aturan trapesium untuk tahapan pertama dalam mencari nilai hampiran dengan $n = 2^k$ dimana $k = 1, 2, 3, \dots, n,$ yang memiliki artian n harus merupakan kelipatan pangkat dua, karena Romberg menggunakan pembagian interval secara rekursif. Fadillah (2019) dalam skripsinya membahas tentang perbandingan metode Simpson 1/3 dengan metode Romberg dalam penyelesaian integral rangkap dua. Berdasarkan skripsi tersebut, muncul ide untuk membandingkan metode numerik Simpson 3/8 dan metode Romberg pada n yang sama untuk mengetahui metode manakah yang mampu memperkecil kesalahan hitungan dan memungkinkan memberikan hasil yang mendekati atau sama dengan nilai eksak/nilai sebenarnya.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan sebelumnya, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana hasil perbandingan keakuratan pada metode Simpson 3/8 dan metode Romberg dalam penyelesaian integral tentu.

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan uraian rumusan masalah tersebut, tujuan yang ingin dicapai dalam skripsi ini adalah sebagai berikut.

1. Menyelesaikan solusi numerik fungsi integral dengan metode Simpson 3/8 dan metode Romberg.
2. Mengetahui metode terbaik antara metode Simpson 3/8 dan metode Romberg berdasarkan tingkat keakuratan galatnya pada beberapa penyelesaian fungsi integral tentu.

1.4 Batasan Masalah

Suatu penelitian memerlukan batasan-batasan agar lebih jelas dan terarah pada tujuan yang diharapkan. Adapun batasan masalah pada penelitian ini yaitu sebagai berikut:

1. Metode yang dibahas dalam penyelesaian integral tentu adalah metode Simpson 3/8 dan metode Romberg.
2. Integral yang digunakan adalah integral tunggal dan terbatas pada interval $[a, b]$.
3. Subinterval yang digunakan berjumlah delapan $(n = 8)$.

1.5 Tinjauan Pustaka

Penelitian ini mengkaji integrasi numerik metode Simpson 3/8 dan metode Romberg melalui sistem kajian pustaka. Dari beberapa buku yang telah dipelajari, terdapat empat buku yang menjadi dasar penting dalam penelitian ini. Salah satunya adalah buku yang disusun oleh Munir (2015), yang membahas tentang metode numerik khususnya terkait dengan integrasi numerik, metode Simpson 3/8, metode Romberg.

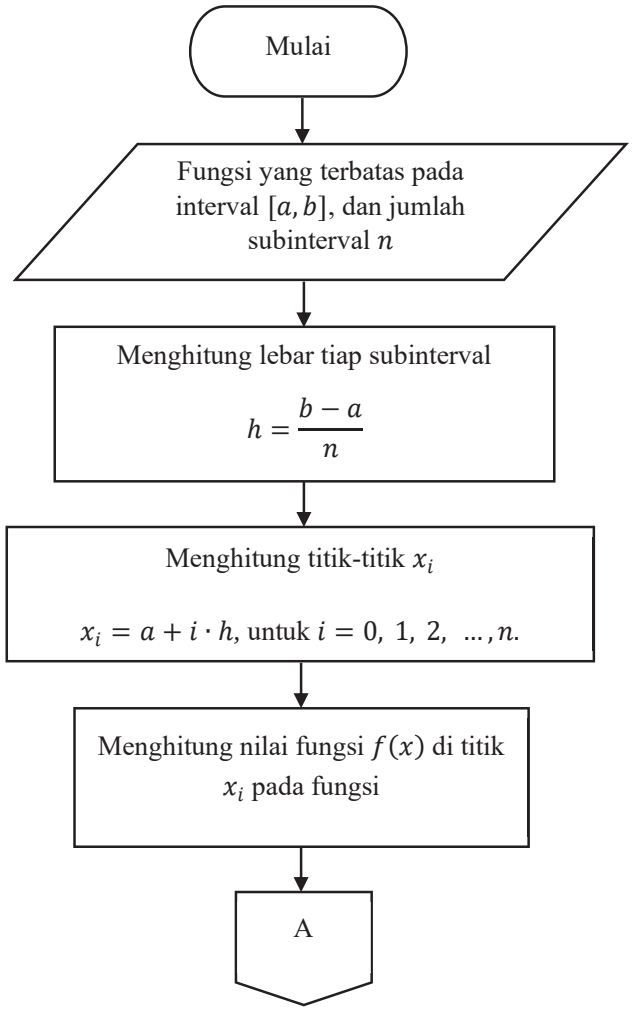
Buku kedua yang menjadi acuan adalah karya Purcell & Varberg (2010), yang membahas mengenai kalkulus, salah satunya adalah menjelaskan pengertian dari suatu fungsi dan jenis-jenisnya. Buku selanjutnya yang menjadi referensi adalah karya Sahid (2004), yang membahas tentang integrasi numerik, terutama pada integrasi Romberg. Sementara itu, buku terakhir yang menjadi acuan adalah buku karya dari Triatmodjo (2002), yang membahas tentang analisis galat penghampiran.

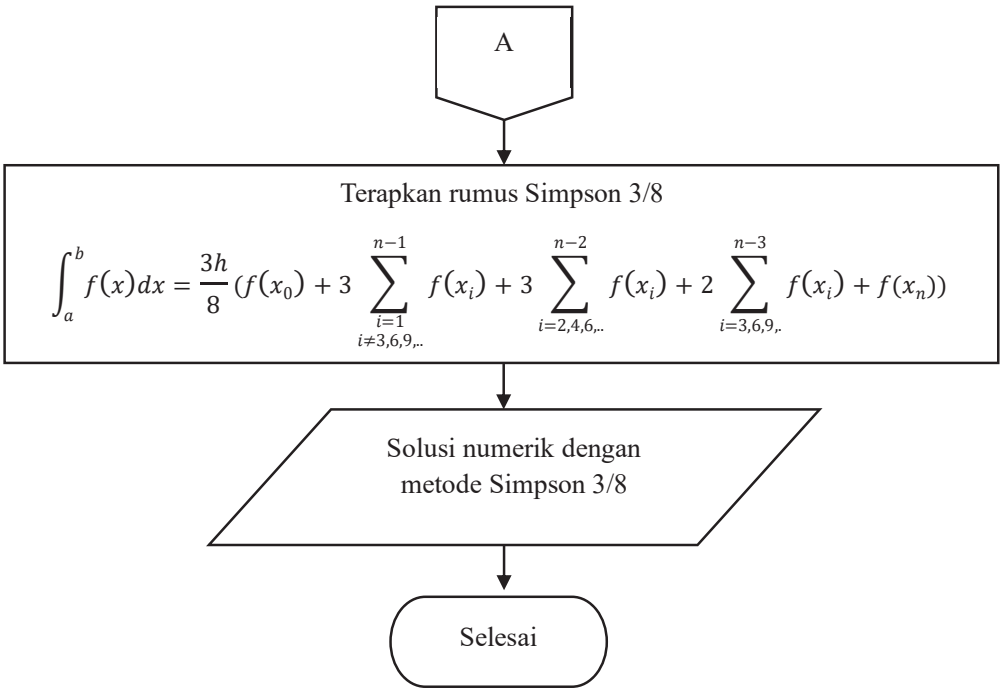
1.6 Metodologi Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah studi literatur dengan menggunakan dua metode dalam metode numerik yaitu metode Simpson 3/8 dan metode Romberg. Studi literatur yang dimaksud adalah dengan melakukan pencarian terhadap berbagai sumber referensi, baik dari skripsi, buku, artikel,

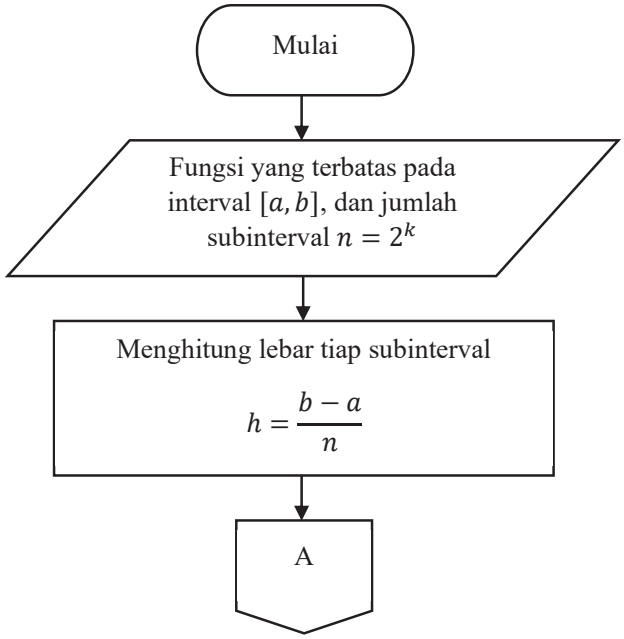
jurnal, maupun dari penelusuran internet yang berkaitan dengan penelitian ini, seperti mencari dan mempelajari teori-teori pendukung tentang integral tentu, dan metode numerik khususnya pada metode Simpson 3/8 dan metode Romberg. Masalah yang akan di bahas dalam penelitian ini adalah mencari nilai hampiran dari metode Simpson 3/8 dan metode Romberg. Kemudian dilanjutkan dengan mencari galat pada nilai hampiran yang diperoleh dari metode Simpson 3/8 dan metode Romberg. Setelah mendapatkan galat, bandingkan galat dari kedua metode tersebut.

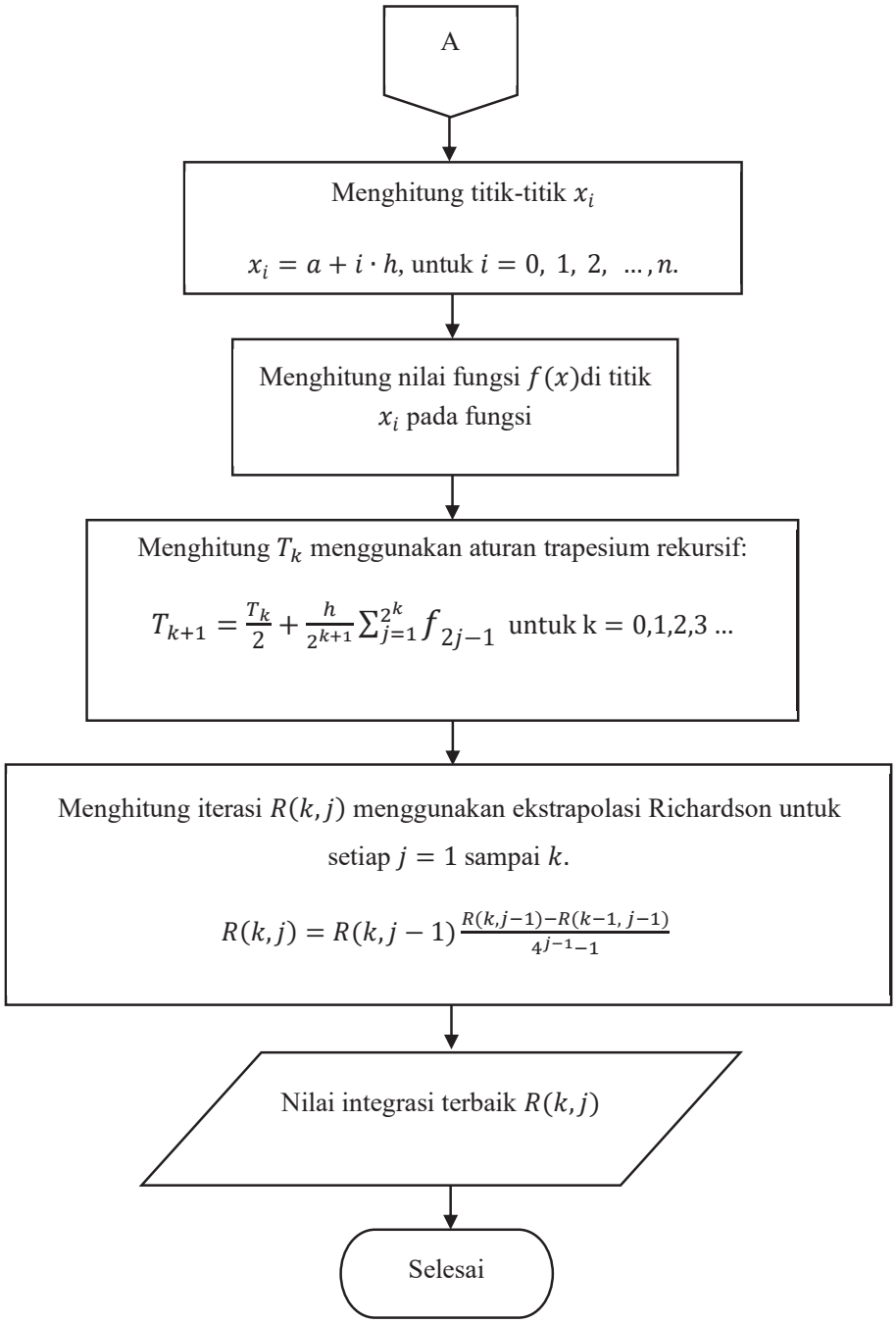
Adapun langkah-langkah integrasi numerik metode Simpson 3/8 dan metode Romberg pada penyelesaian integral tentu disajikan dalam bentuk diagram alir atau *flowchart* yang dapat dilihat pada Gambar 1.1 dan pada Gambar 1.2.





Gambar 1.1 *Flowchart* untuk mencari solusi numerik dibatasi interval $[a, b]$ dengan metode Simpson 3/8





Gambar 1.2 *Flowchart* untuk mencari solusi numerik dibatasi interval $[a, b]$ dengan metode Romberg